12 电磁感应

12.1 电磁感应定律

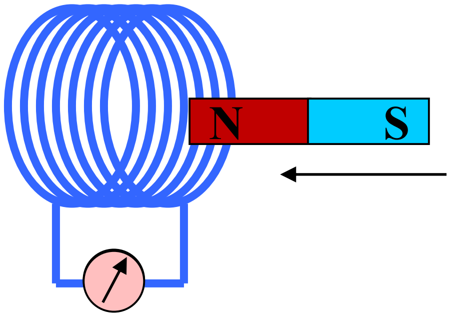
法拉第（Michael Faraday, 1791-1867），伟大的英国物理学家和化学家. 他创造性地提出场的思想，磁场这一名称是法拉第最早引入的． 他是电磁理论的创始人之一，于1831年发现电磁感应现象，后又相继发现电解定律，物质的抗磁性和顺磁性，以及光的偏振面在磁场中的旋转.

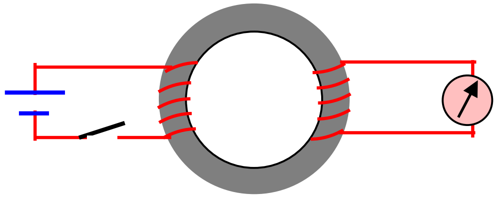
一 电磁感应现象

静电场、稳恒电流的磁场 ⟶ 不随时间而变化

什么现象？什么规律？ ⟵ 如果电场、磁场随时间变化

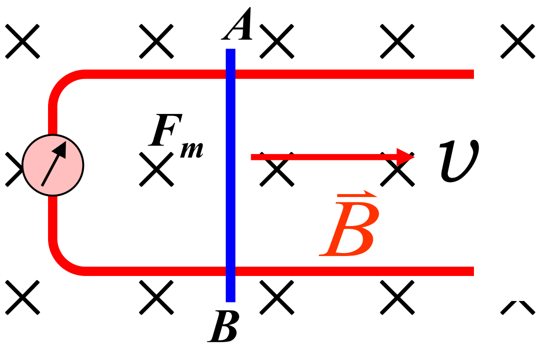
三个实验现象





结论：

当穿过一个闭合导体回路所围面积的磁通量发生变化时（不论这种变化是由什么原因引起的），在回路中就有电流产生——该现象称为*电磁感应现象*



产生的电流称为*感应电流*

相应的电动势为*感应电动势*

二　电磁感应定律

电磁感应定律

当穿过闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电动势，且感应电动势正比于磁通量对时间变化率的负值.

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

国际单位制 $\begin{cases} \mathcal{E}_\mathrm{i} \longrightarrow \text{伏特} \\ \Phi \longrightarrow \text{韦伯} \end{cases}$

讨论：

1）闭合回路由 N 匝密绕线圈组成

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}$$

磁通匝数（磁链）

$$\psi = N\Phi$$

2）若闭合回路的电阻为 R，感应电流为

$$I_{\mathrm{i}} = -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\Delta t = t_2 - t_1$ 时间内，流过回路的电荷

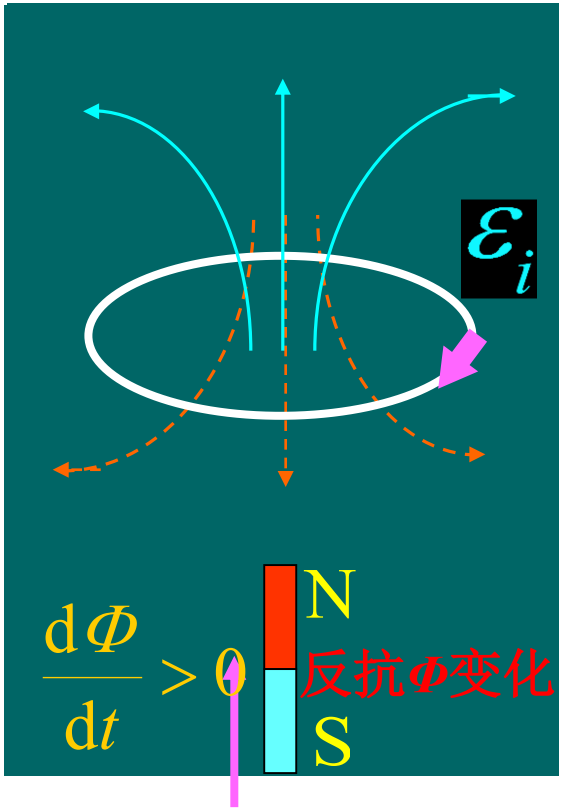
$$q = \int_{t_1}^{t_2} I\mathrm{d}t = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}\mathrm{d}\Phi = \frac{1}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

3）感应电动势的方向 $\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}$

判断步骤：

a. 先任意规定一个方向为回路的正方向，且回路所围面积的正法线与其构成右手螺旋；

b. 确定磁通量的正负, 然后确定磁通量增量的正负

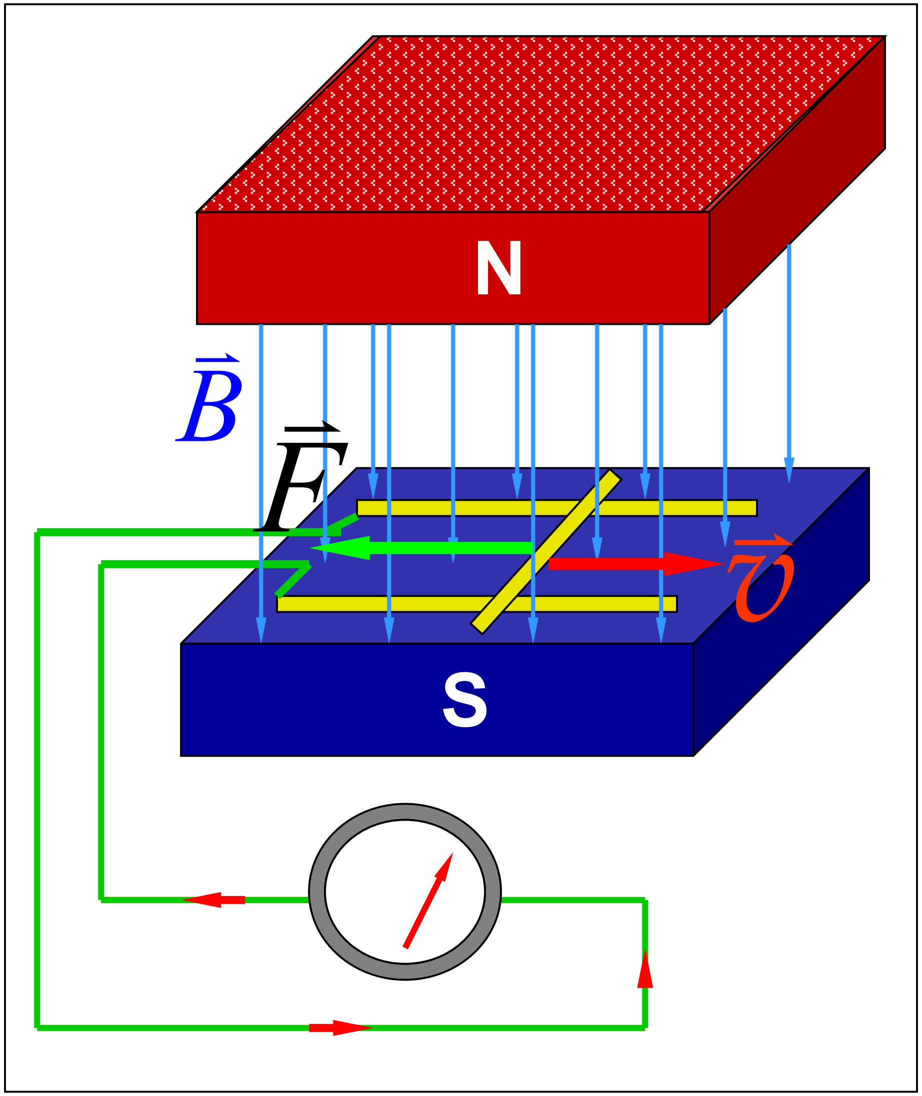


c. 由法拉第电磁感应定律确定感应电动势的方向, 若为正，则与回路正向一致，若为负，则相反。

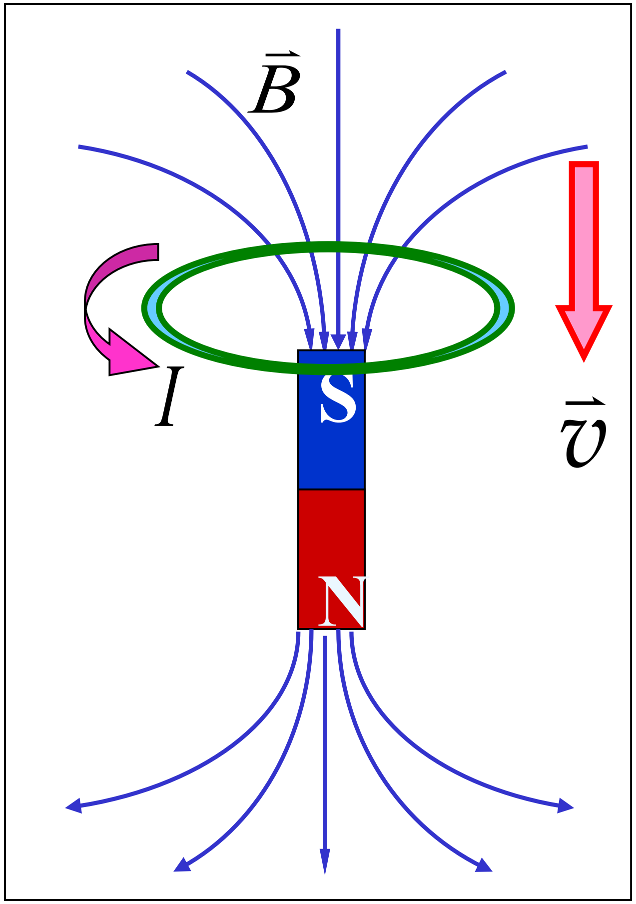
三 楞次定律

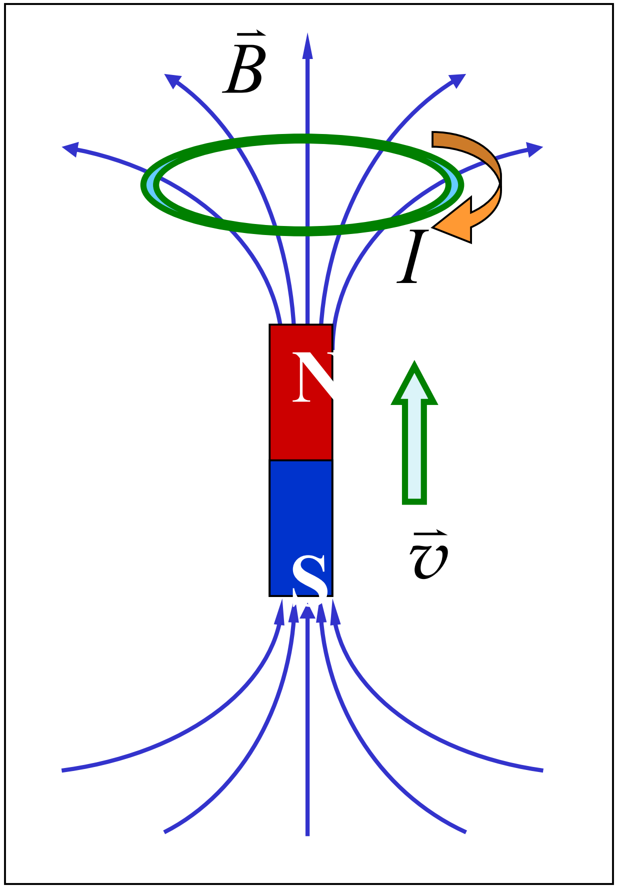
$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}$$

闭合的导线回路中所出现的感应电流，总是使它自己所激发的磁场反抗任何引发电磁感应的变化（反抗相对运动、磁场变化或线圈变形等）.



用楞次定律判断感应电流方向





楞次定律 闭合的导线回路中所出现的感应电流，总是使它自己所激发的磁场反抗任何引发电磁感应的原因.

增反减同

12.2 动生电动势和感生电动势

引起磁通量变化的原因

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

1）B：导体不动，磁场变化 $\longrightarrow$ 感生电动势

2）S：稳恒磁场中的导体运动，或者回路面积变化、取向变化等 $\longrightarrow$ 动生电动势

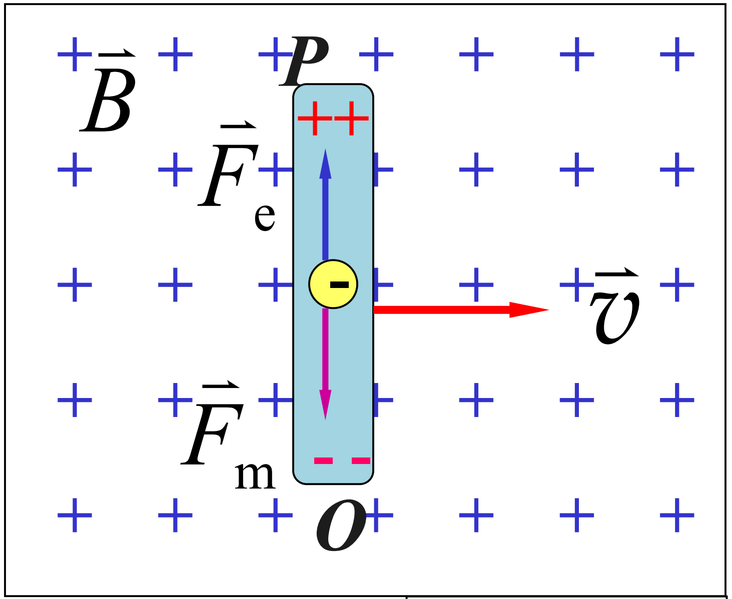
如果两种情况同时存在呢？

一 动生电动势

动生电动势的非静电力来源 ⟹ 洛伦兹力

$$\vec{F}_{\mathrm{m}} = (-e)\vec{v} \times \vec{B}$$

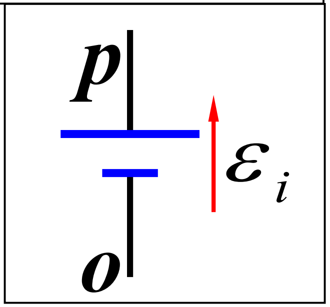
平衡时 $\vec{F}_{\mathrm{m}} = -\vec{F}_{\mathrm{e}} = -e\vec{E}_{\mathrm{k}}$



非静电场强 $\vec{E}_{\mathrm{k}} = \dfrac{\vec{F}_{\mathrm{m}}}{-e} = \vec{v} \times \vec{B}$

➢ 电源电动势

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_{OP} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{OP} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



特例 设 $\vec{v} \perp \vec{B}$ $\quad \varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_0^l vB\mathrm{d}l = vBl$

$(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$ 就是动生电动势的“方向”，指向高电势一端

在磁场中运动的任意形状的导线，其动生电动势为：

$$\boxed{\boldsymbol{\mathcal{E}} = \int_{-}^{+} \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

注：动生电动势只存在于运动导体内。

说明：

(1) $\boxed{\varepsilon = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$ 适用于一切产生感应电动势的回路

(2) [redacted] 适用于切割磁力线的导体(动生)

(3) 闭合回路中的动生电动势为

$$\boxed{\varepsilon_i = \oint_L d\,\varepsilon_i = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}}$$

动生电动势的计算（两种方法）

(1) 由电动势定义求

$$\varepsilon_{动} = \oint_L \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\varepsilon_{动} = \int_{-}^{+} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

（经内电路）

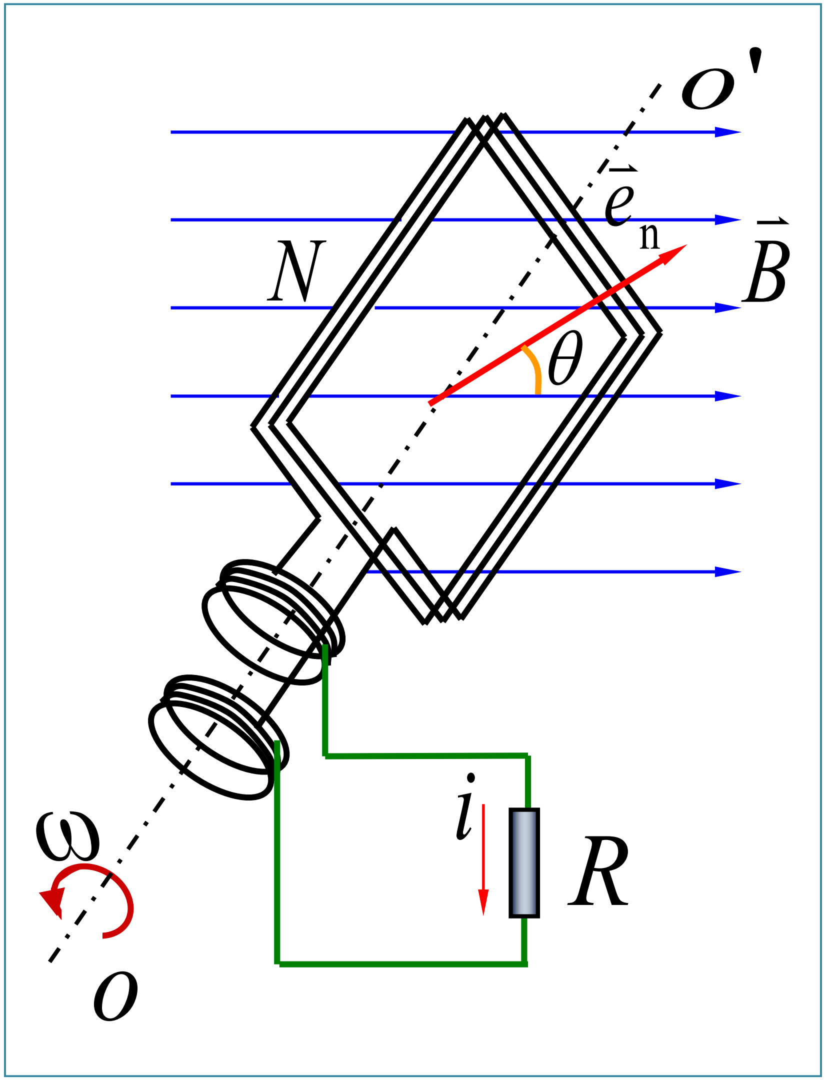
(2) 由法拉第定律求 $\varepsilon = -\dfrac{\mathrm{d}\psi_m}{\mathrm{d}t}$

如果回路不闭合，需加辅助线使其闭合。

$\mathcal{E}$ 大小和方向可分别确定。

例 在匀强磁场中，置有面积为 S 的可绕轴转动的N 匝线圈．若线圈以角速度 ω 作匀速转动．

求线圈中的感应电动势．



已知 S, N, ω 求 ε

解 设 $t=0$ 时,

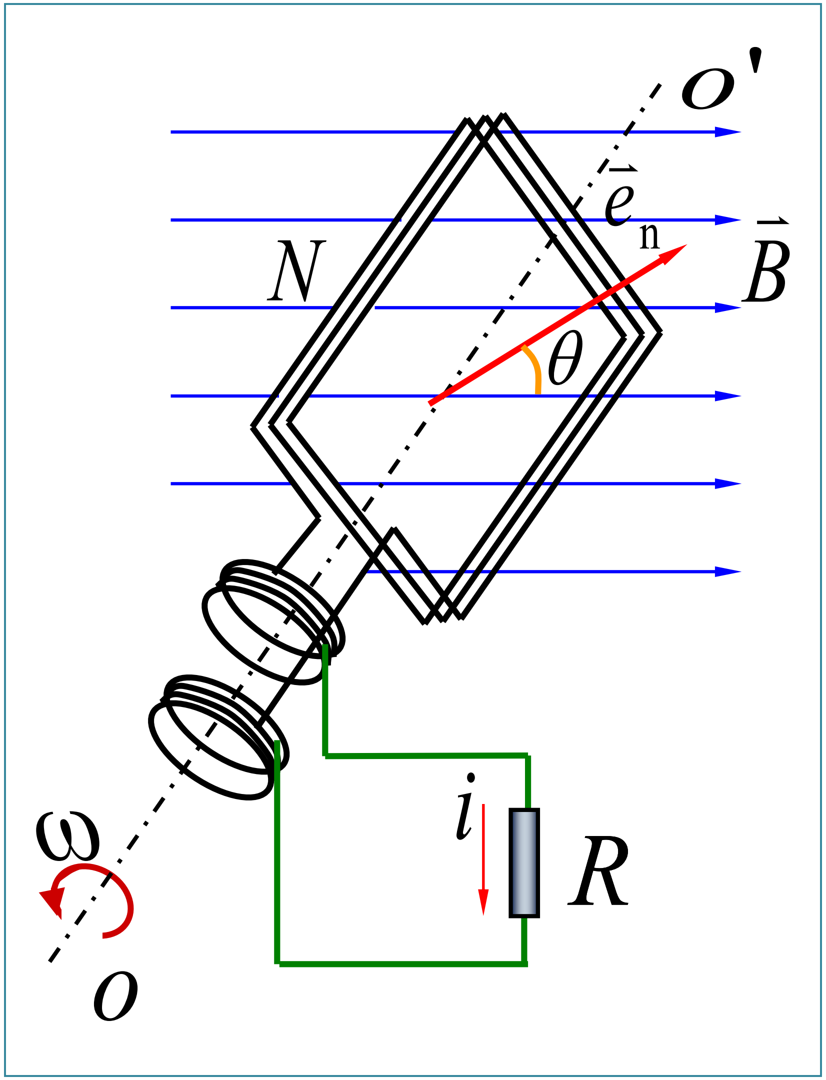
$\vec{e}_{\mathrm{n}}$ 与 $\vec{B}$ 同向，则 $\theta=\omega t$

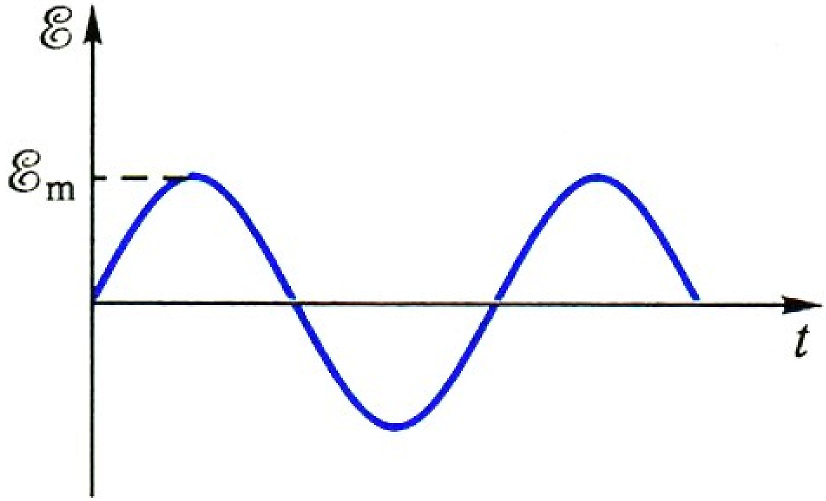
$$\psi = N\phi = NBS\cos\omega t$$

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = NBS\omega\sin\omega t$$

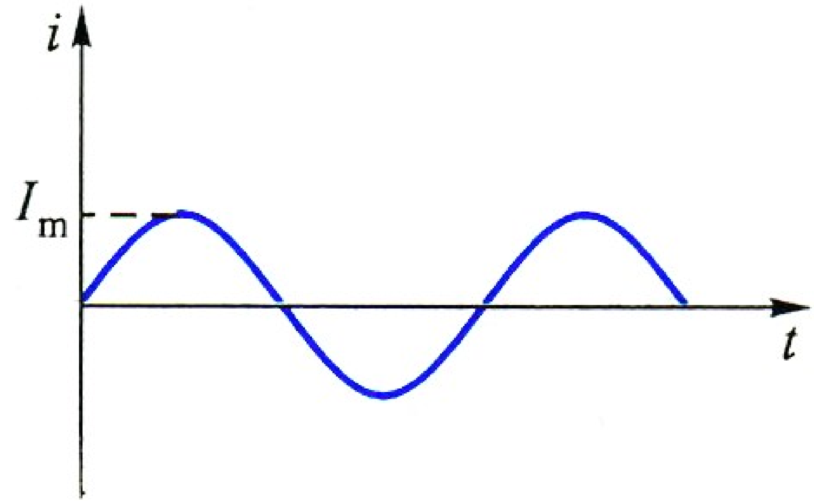
令 $\varepsilon_{\mathrm{m}} = NBS\omega$

则 $\varepsilon = \varepsilon_{\mathrm{m}}\sin\omega t$





$$\varepsilon = \varepsilon_{\mathrm{m}} \sin \omega t$$



$$i = I_{\mathrm{m}} \sin \omega t$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = I_{\mathrm{m}} \sin \omega t$$

$$I_{\mathrm{m}} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{m}}}{R}$$

在匀强磁场中匀速转动的线圈内的感应电流是时间的正弦函数．这种电流称交流电.

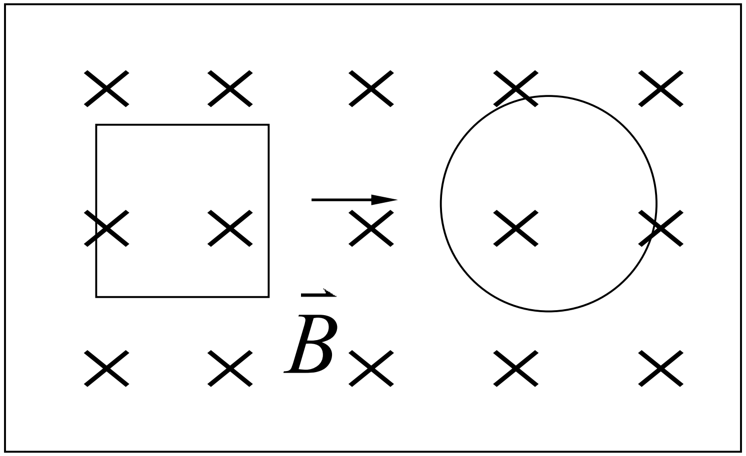
练习 均匀磁场如图垂直纸面向里. 在垂直磁场的平面内有一个边长为 l 的正方形金属细线框，在周长固定的条件下，正方形变为一个圆，则图形回路中感应电流方向为（　　）

（A）顺时针

★（B）逆时针

（C）无电流

（D）无法判定



$$2\pi r = 4l \quad \pi r^2 = \frac{4l^2}{\pi} > l^2$$

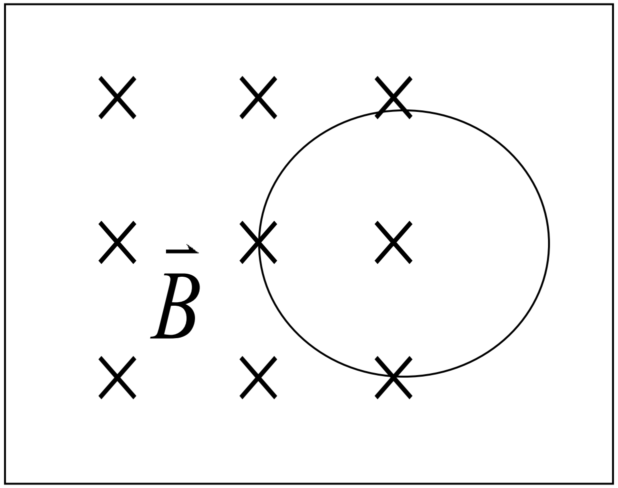
练习　一个圆形环，它的一半放在一分布在方形区域的匀强磁场中，另一半位于磁场之外，如图所示，磁场的方向垂直向纸内，欲使圆环中产生逆时针方向的感应电流，应使（　　）

（A）圆环向右平移

（B）圆环向上平移

★（C）圆环向左平移

（D）磁场强度变弱



例1 一长为 L 的铜棒在磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，以角速度 ω 在与磁场方向垂直的平面上绕棒的一端转动，**求**铜棒两端的感应电动势.

分析

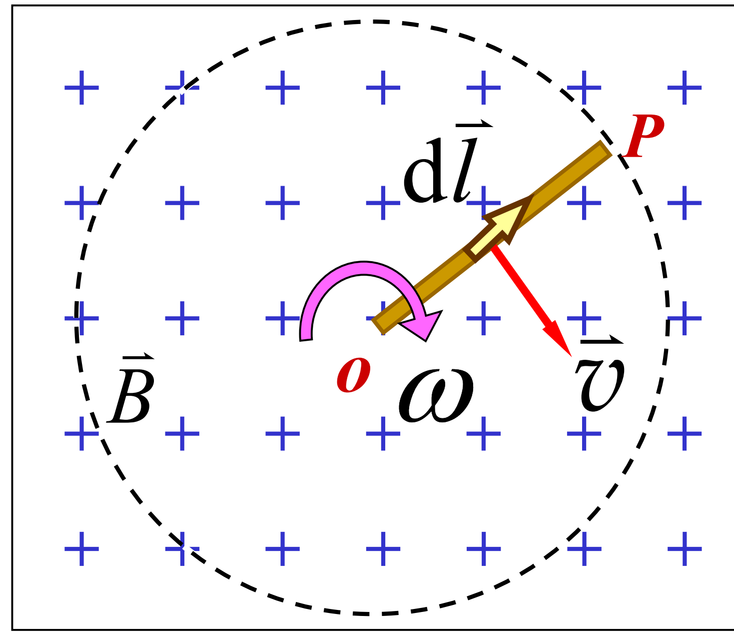
$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{i}} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= vB\mathrm{d}l$$

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_0^L vB\mathrm{d}l$$

$$= \int_0^L \omega l B \mathrm{d}l$$

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \frac{1}{2} B\omega L^2$$

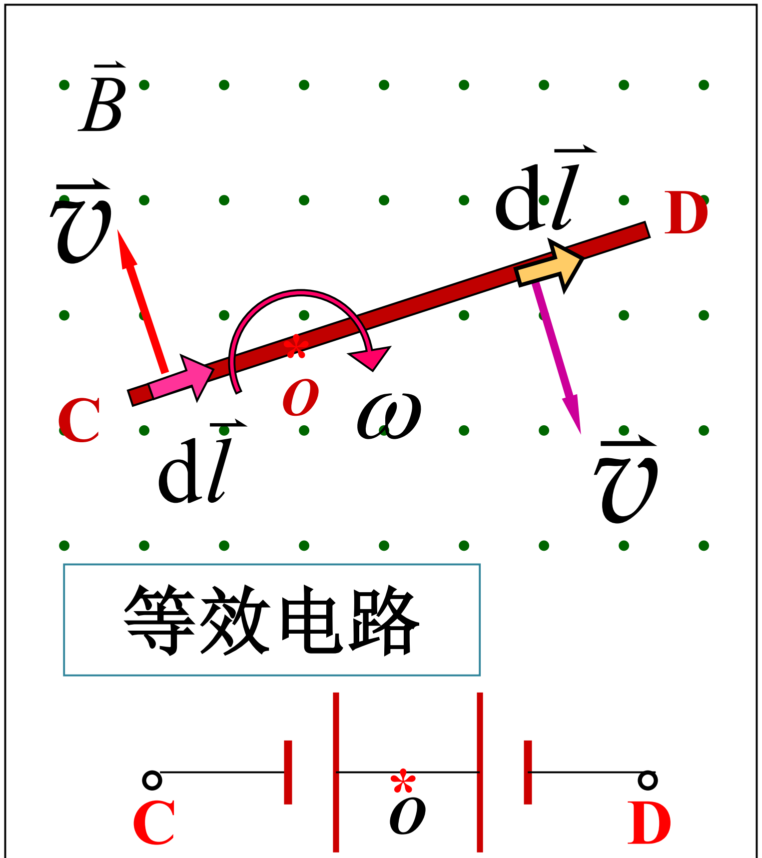


ε_{i} 方向 $O \longrightarrow P$

点 P 的电势高于点 O 的电势（铜棒相当于电源）

练习： 一长为 $3l$ 的铜棒在磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，以角速度 ω 在与磁场方向垂直的平面上绕 O 点旋转，已知 $CO=l,\ OD=2l$ **求**铜棒两端的感应电动势 .

分析：



$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{i}}=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$\mathrm{E}_{iCO}=\int_0^l \omega B r\,\mathrm{d}r=B\omega l^2/2$$

同理 $$\varepsilon_{iOD}=-2B\omega l^2$$

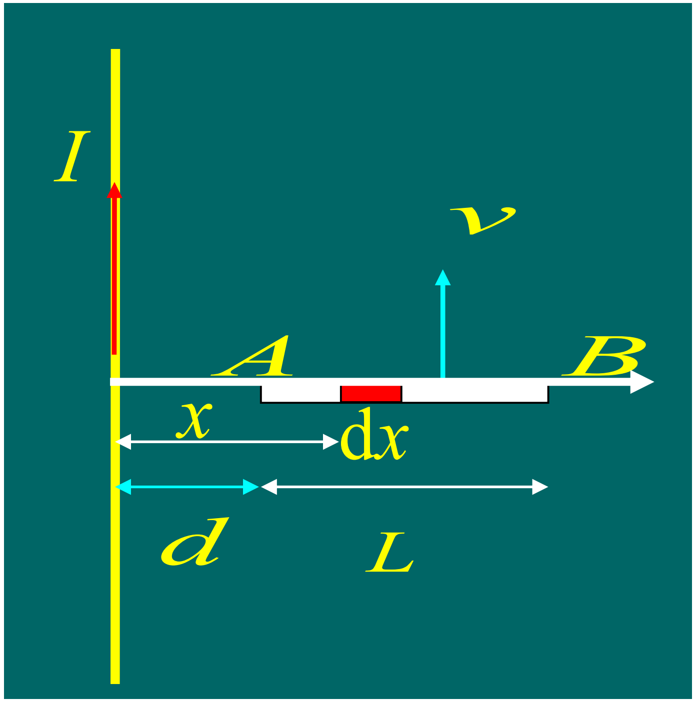
$$\varepsilon_{iCD}=\varepsilon_{iCO}+\varepsilon_{iOD}$$

$$\varepsilon_{iCD}=-\frac{3}{2}B\omega l^2$$

C 点电势**高**于 D 点电势

例2：直导线AB以速率v沿平行于长直载流导线的方向运动，AB与载流直导线共面，且与它垂直。设直导线中的电流为I, 导线AB长为L，A端到直导线的距离为d.

求：导线AB上的感应电动势



解：建 x 轴坐标系如图所示，长直载流导线在其右侧的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$ 方 向 为 :⊗

dx上的动生电动势为

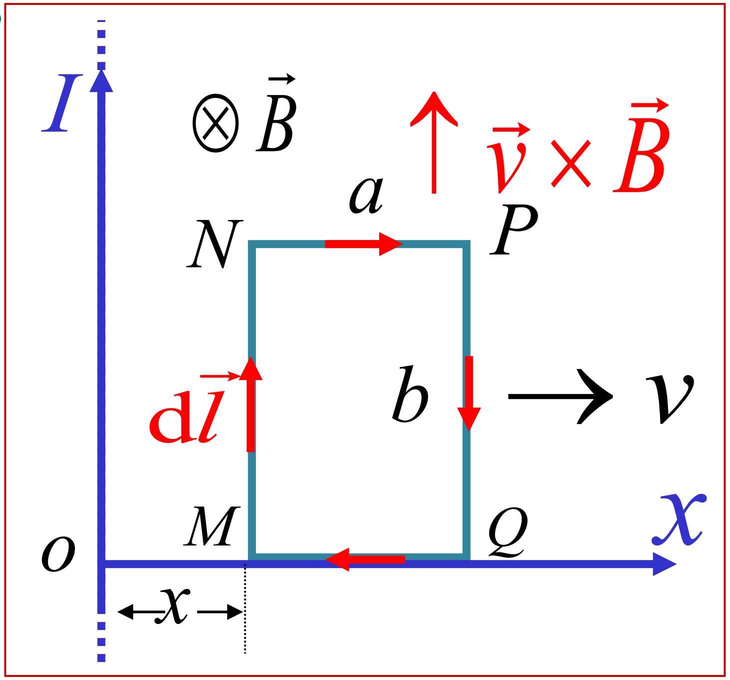
$$d\varepsilon=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$$=Bv\sin\frac{\pi}{2}\cos\pi dx=-\frac{\mu_0 I}{2\pi x}v\,\mathrm{d}x$$

$$\varepsilon=\int \mathrm{d}\varepsilon=\int_d^{d+L}-\frac{\mu_0 I}{2\pi x}v\,\mathrm{d}x=-\frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\frac{d+L}{d}$$

负号表明：A端电势高

例3. 如图所示，一矩形导线框在无限长载流导线I 的场中向右运动，求其动生电动势。



解法一：$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$ 方向 $\otimes$

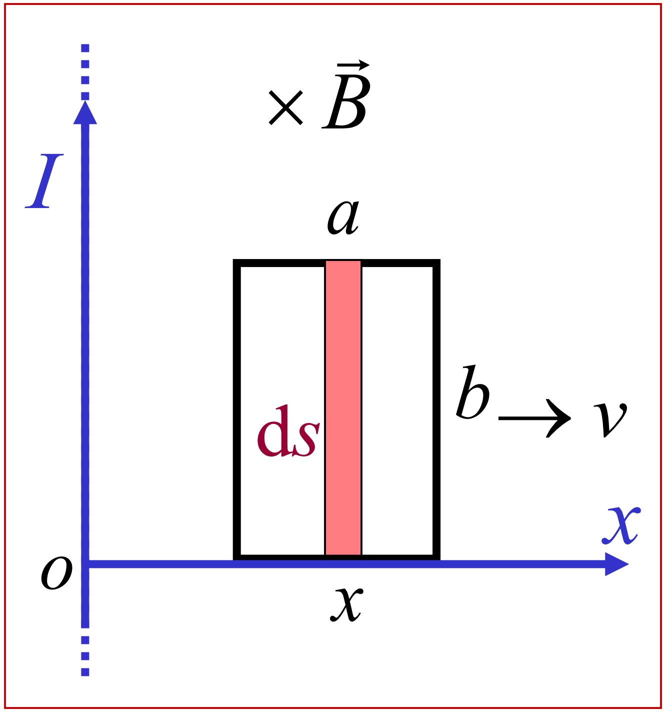
$$\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|=\frac{\mu_0 I v}{2\pi x} \quad \text{方向} \ \uparrow$$

$$\varepsilon_{动}=\oint_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_M^N(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_N^P(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_P^Q(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_Q^M(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_0^b\frac{\mu_0 I v\mathrm{d}l}{2\pi x}+0+\int_0^b\left[-\frac{\mu_0 I v\mathrm{d}l}{2\pi(x+a)}\right]+0=\frac{\mu_0 I v a b}{2\pi x(x+a)}$$

解法二：$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$



$$\mathrm{d}S = b\,\mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}\phi_m = \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \frac{\mu_0 I b\,\mathrm{d}x}{2\pi x}$$

$$\phi_m = \int \mathrm{d}\phi_m = \frac{\mu_0 I b}{2\pi}\int_x^{x+a}\frac{\mathrm{d}x}{x} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi}\ln\frac{x+a}{x}$$

$$\varepsilon_{动} = -\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}x}\underbrace{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}_{v} = \frac{\mu_0 I v a b}{2\pi x(x+a)}$$ 方向

二 感生电动势

1. 导体回路不动，由于磁场变化引起穿过回路的磁通量变化, 产生的感应电动势叫感生电动势。

产生感生电动势的非静电场 ⟹ 感生电场

麦克斯韦尔假设 变化的磁场在其周围空间激发一种电场，这个电场叫感生电场 $\vec{E}_{感}$.

2. 非静电力：涡旋电场力(感生电场力)

电荷受力： $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

$$= q\vec{E}_{静} + q\vec{E}_{感} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

非静电力： $\vec{F}_K = \vec{F}_{感} = q\vec{E}_{感}$

非静电场强： $\vec{E}_K = \vec{E}_{感}$

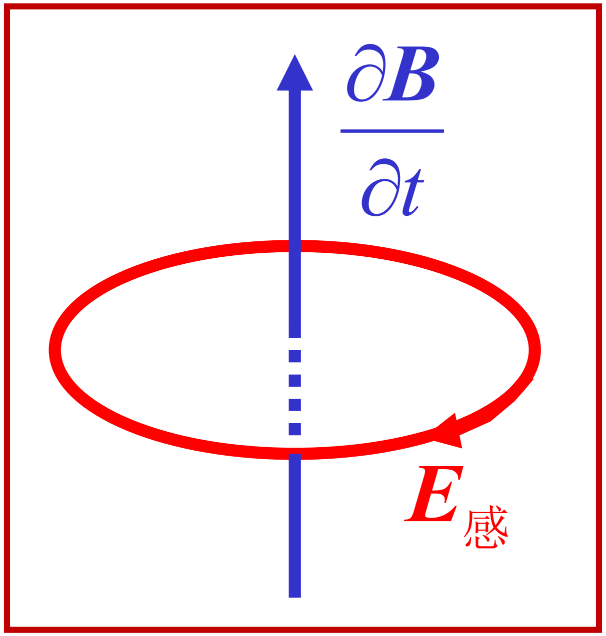
3. 感生电场与变化磁场之间的关系

由电动势定义：

$$\varepsilon_{感} = \oint_L \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

由法拉第定律：

$$\varepsilon_{感} = -\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$



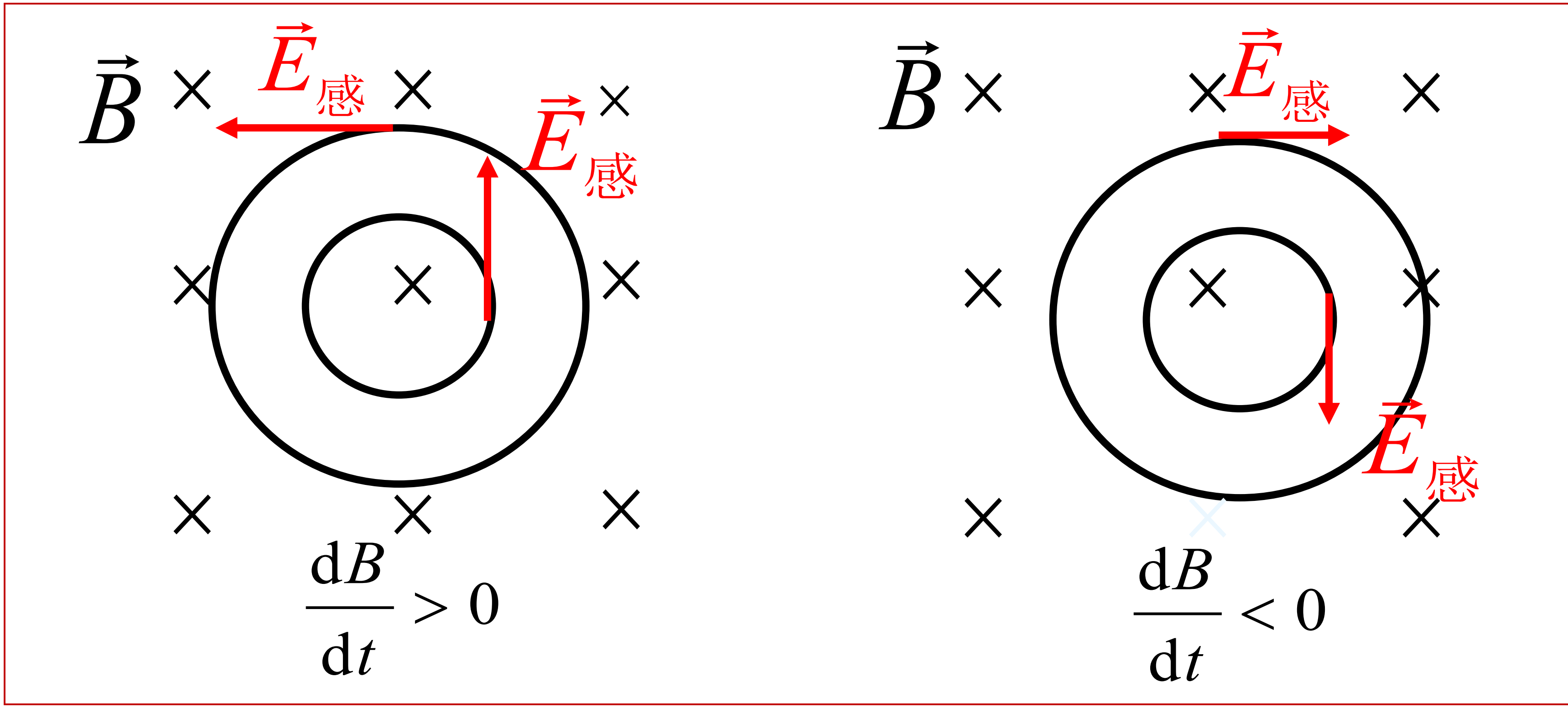
得：$\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$

因为这里只有 $\vec{B}$ 发生变化，所以也可以写成

$$\boxed{\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

讨论：关于感生电场

(1) 感生电场线闭合成环



(2) $\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$ 感生电场是非保守场。

(3) $\oint_S \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$ 感生电场是无源场，没有源电荷。

4. 两种电场比较

	静电场	感生电场
起源	静止电荷	变化磁场
性质	$\oint_S \vec{E}_{静} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内}$ $\oint_L \vec{E}_{静} \cdot d\vec{l} = 0$ 有源，保守场	$\oint_S \vec{E}_{感} \cdot d\vec{S} = 0$ $\oint_L \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -N\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ 无源，非保守场(涡旋)
特点	不能脱离源电荷存在	可以脱离“源”在空间传播
对场中电荷的作用	$\vec{F}_{静} = q\vec{E}_{静}$	$\vec{F}_{感} = q\vec{E}_{感}$
联系	$\vec{F}_{感}$ 作为产生 $\varepsilon_{感}$ 的非静电力，可以引起导体中电荷堆积，从而建立起静电场．	

5. 感生电动势的计算

两种方法：

1. 由电动势定义求（ $\vec{E}_{感}$ 已知或容易求出 ）

$$\varepsilon_{感}=\oint_L \vec{E}_{感}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad \text{或} \quad \varepsilon_{感}=\int_{-}^{+}\vec{E}_{感}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

（经内电路）

2. 由法拉第定律

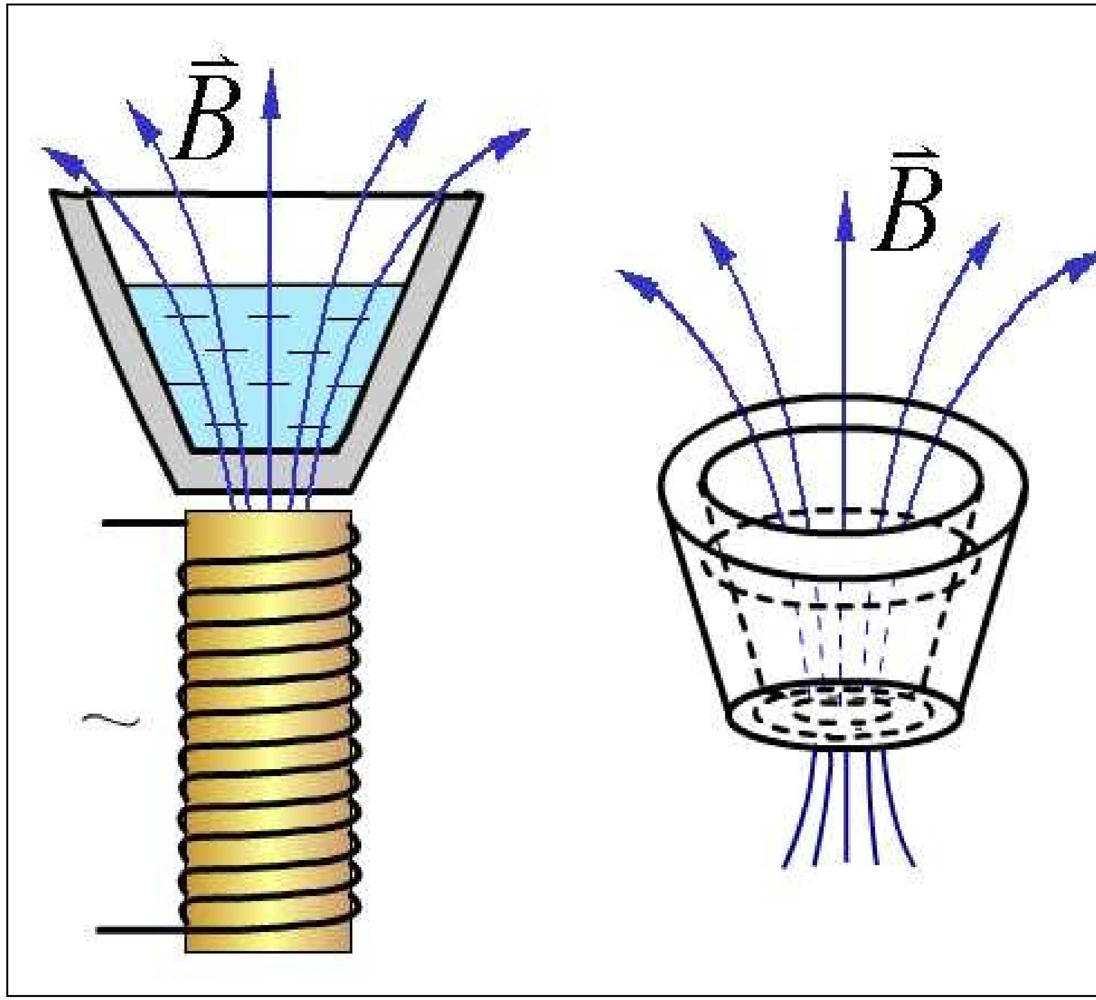
因为回路固定不动，磁通量的变化仅来自磁场的变化

$$\varepsilon_{感}=-\frac{\mathrm{d}\psi_m}{\mathrm{d}t}=-N\frac{d}{dt}\int_s \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

若导体不闭合，需加辅助线构成闭合回路。

三 涡电流

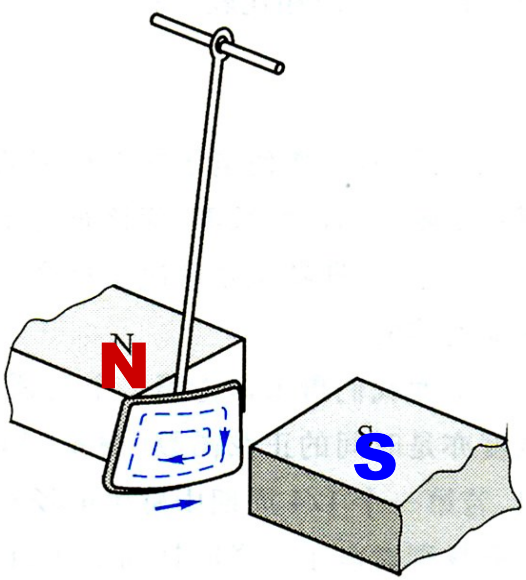
感应电流不仅能在导电回 路内出现， 而且当大块导体与磁场有相对运动或处在变化的磁场中时，在这块导体中也会激起感应电流. 这种在大块导体内流动的感应电流，叫做涡电流，简称涡流.

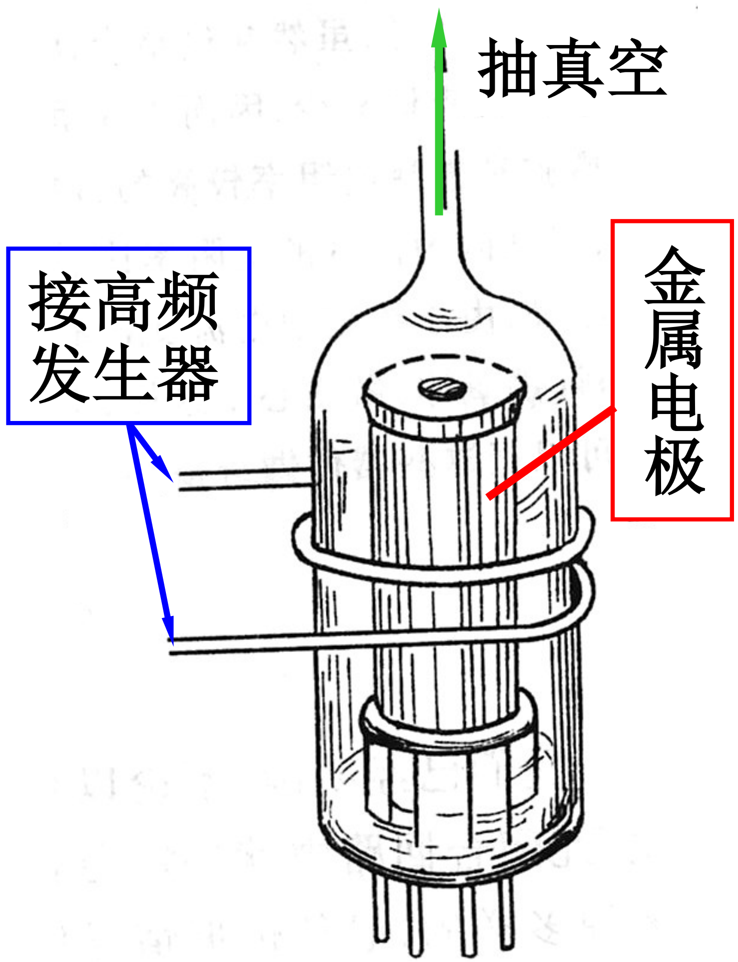


应用　热效应、电磁阻尼效应

工频感应炉

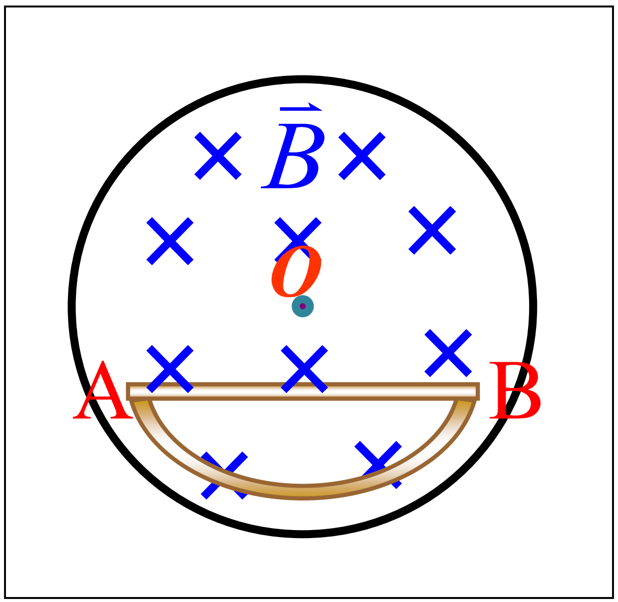
阻尼摆





涡电流加热金属电极

练习 圆柱形空间内有一磁感强度为$\vec{B}$的均匀磁场，$\vec{B}$的大小以恒定速率变化。在磁场中有A、B两点，其间可放直导线或弯曲的导线（　　　）



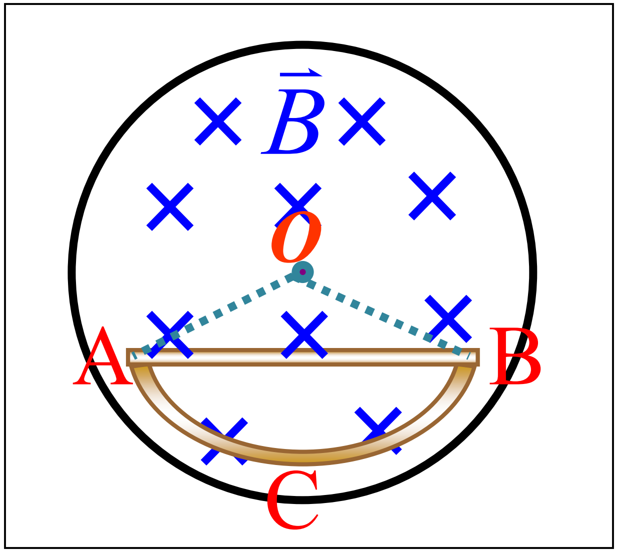
（A） 电动势只在直导线中产生.

（B） 电动势只在曲线中产生.

（C）电动势在直导线和曲线中都产生，且两者大小相等.

（D）直导线中的电动势小于弯曲的导线.

分析：变化磁场产生环形感生电场，其沿导线的路径积分就是电动势。



解： 联结OA、OB，构成闭合回路OABO（三角型）或OACBO（扇型）

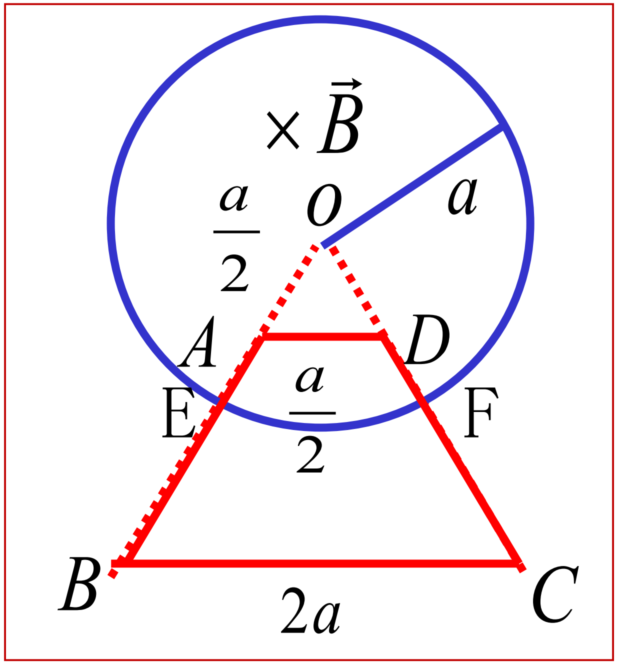
$$\mathcal{E}_{OABO}=\oint_{\Delta}\vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$$

$$\mathcal{E}_{OABO}=\cancel{\int_{OA}\vec{E}_{k}\cdot\mathrm{d}\vec{l}}+\int_{AB}\vec{E}_{k}\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\cancel{\int_{BO}\vec{E}_{k}\cdot\mathrm{d}\vec{l}}$$

$$\mathcal{E}_{\mathrm{OA}}=\mathcal{E}_{\mathrm{BO}}=\int_{O}^{A}\vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$$

$$\mathcal{E}_{\mathrm{AB}}=\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cdot S_{\Delta\mathrm{ABO}}$$ 同理 $$\mathcal{E}_{\mathrm{ACB}}=\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cdot S_{ACBOA}$$

由于$S_{\mathrm{OABO}}<S_{\mathrm{ACBOA}}$故（**D**）正确.



例1.均匀磁场被限制在半径为a的圆筒内，方向与筒轴平行，$\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}>0$

求：梯形回路ABCDA的感应电动势

解　通过梯形回路ABCDA的磁通量与通过AEFDA的磁通量相等

$$\phi_m = B\cdot S_{AEFD} = B\left(\frac{1}{2}a^2\frac{\pi}{3}-\frac{1}{2}\overline{ADh}\right)$$

$$= B\left(\frac{\pi}{6}a^2-\frac{\sqrt{3}}{16}a^2\right)$$

$$\varepsilon_{感} = -\frac{d\phi}{dt} = -\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{16}\right)a^2\frac{dB}{dt}$$

方向

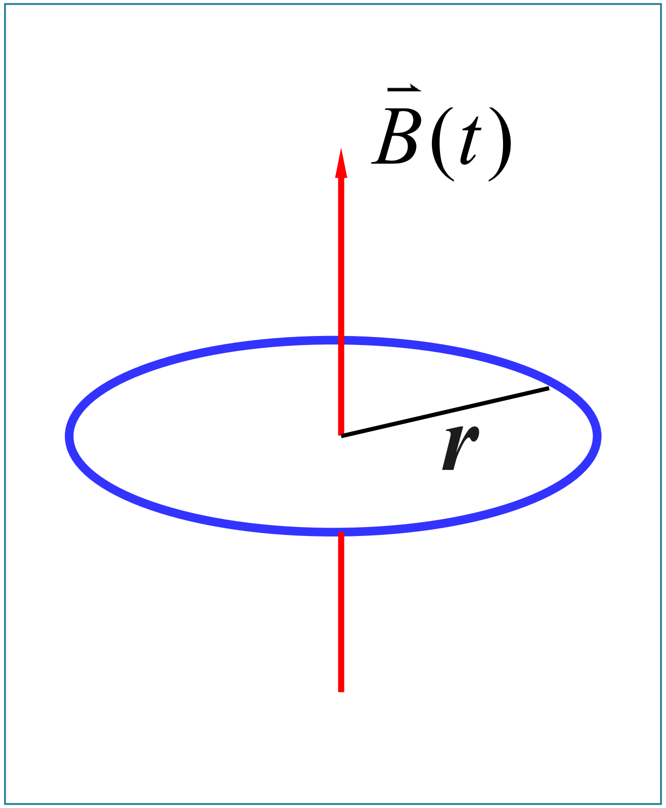
例2 如图所示，有一半径为 r，电阻为 R 的细圆环，放在与圆环所围的平面相垂直的均匀磁场中. 设磁场的磁感强度随时间变化，且 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t=$ 常量. 求圆环上的感应电流的值.

解

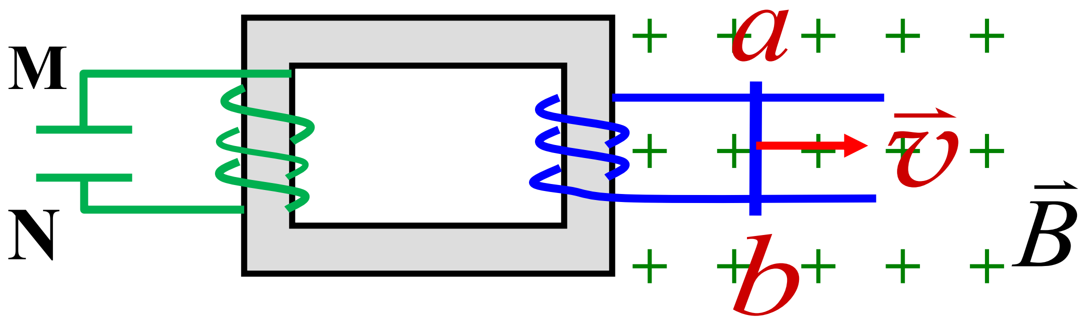
$$\mathcal{E}_i=\left|-\frac{d\phi}{dt}\right|=\int_S\frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$$

$$=\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\int_S\mathrm{d}S=\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\pi r^2$$

$$I=\frac{\mathcal{E}_i}{R}=\frac{\pi r^2}{R}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



练习 如图导体棒 ab 在均匀磁场中沿金属导轨向右做匀加速运动，（导轨电阻不计，铁芯磁导率为常数）则达稳定后在电容器的 **M** 极板上



（**A**）有一定量的正电荷；

★（**B**）有一定量的负电荷；

（**C**）带有越来越多的正电荷；

（**D**）带有越来越多的负电荷。

作业

- P143：6；7；10；11；12；13；14

版权声明